

الحيث 2015 / 10 / 8

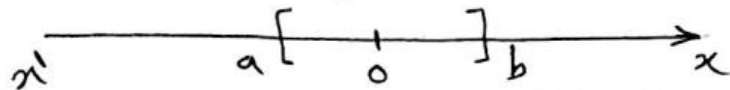
الموال ذات القيود المحددة

ندرس في هذا الفصل صفاتاً لها من لدال هو صف الموال ذات م وأول من ورها العالم جوروانه وهي تلعب دوراً كبيراً في تعيين صفها الكامل المحدد لربما وتعيينه تكامله ستلعب وليست كما دوانه تطبيقاتها كثيرة فضلاً عن نظريته، التقريب - نظريته الاحتمالات - مقارنته المواد .
كما سندرس صفاتاً من لدوال وثيقة الاتصال بهذا الصف وأهمها الموال المطلوبة التي سنبدأ بها.
الدوال المطلوبة:

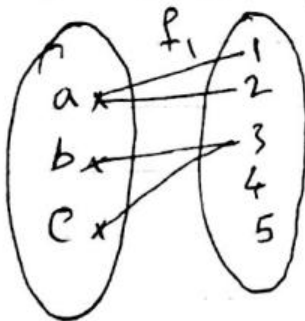
سندرس الدوال التي تتعامل معها في هذا المقرر على قدرات من الشكل:

$$I \subseteq [a, b] \quad , \quad I \subseteq]-\infty, +\infty[\quad ; \quad -\infty < a < b < \infty$$

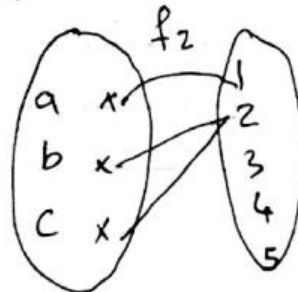
$$I = [a, \infty[\quad , \quad I =]-\infty, 0]$$



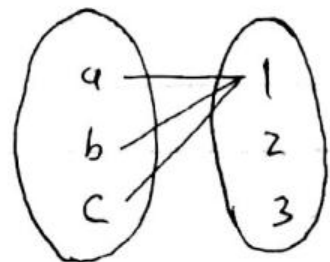
$I \subseteq]-\infty, \infty[= \mathbb{R}$ مجموعة جزئية ويا كلاً ما سيغير ترتيب
مجهزها مغلقة (مجموعات مغلقة) وهذا ما نراه في التفصيل بلاندي الثاني .



هذه علاقة



علاقة وتطبيق ودالة غير عددية لنفس
غير معرفة على \mathbb{R} .



الدالة العددية :

لكن X, Y مجموعتان $\neq \emptyset$ وعدتانه من R حيث $\bar{X} \cap \bar{Y} = \emptyset$ مجموعته خاوية

$$X \subseteq \mathbb{R} \quad \text{محدود}$$

$$Y \subseteq \mathbb{R}$$

نمبر كل طبقه من المجموع العددي المذكور، إلى الثاني العددي حيث يرتبط كل عنصر

f: $X \rightarrow Y$ $y \in Y$ کے لئے $x \in X$ ہے

$$x \mapsto y, f(x) = \underline{c}_{inf}$$

نسخه X (میلادی). جمع تدوین شده است از منابع و کتب معتبره که در این زمینه موجود است.

أو مستقرها. وليس من الضروري أنه يكون مستقر ~~المستقر~~ هو مستقر المفعول.

دفعه العلاقة $y = f(x)$ يربط بين x و y .

2. The

الدالة الفعّية $f(x) = 3x + 1$ عجز تعريفها $D(f) = \mathbb{R}$

مستقرها الفعالي أي، لمدي:

$$R(f) = R =]-\infty, \infty[$$

هنا المستقر = الثقل

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$; \quad x \mapsto y = f(x) = 3x + 1.$$

مکمل ہے لہذا $y = e^x$

$$D(f) = \mathbb{R}, \quad R(f) =]0, \infty[.$$

وتسمى الدالة الحاصية.

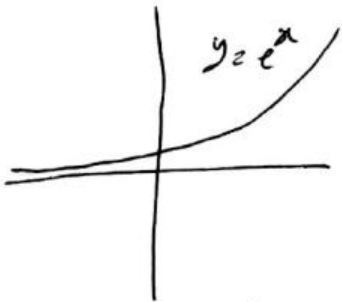
المستقر الطائر :

$$e^x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\infty > e^x > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$$



فكثير من الدول قل:

الملك العبد لله المملوك له !

فما الدال في صفة الكل:

$$f: I \rightarrow Y$$

جواب I اے مجموعہ (مقتومہ، معلقہ، مکتفہ)

$$N = I = \{1, 2, \dots\}$$

يُقال عن هذه الدالة أيضاً محدودة على I مجموعة تعريفها إذا كانت:

$$|f(x)| \leq k \quad \text{و} \quad x \in I$$

عدد حقيقي موجب

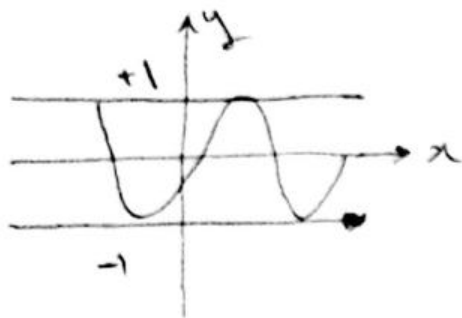
أي أنه تكون مجموعة قيمها محدودة لا مجموعة محدودة أي محدودة
منه يولد أن يولد أي.

$$\frac{\alpha}{\text{حد أدنى}} \leq f(x) \leq \frac{\beta}{\text{حد أعلى}} \quad \text{و} \quad x \in I.$$

مثال:

$$D(f) = \mathbb{R}, \quad R(f) = [-1, +1]$$

$$f(x) = \sin x \quad \text{الدالة}$$



$$\sin: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$$

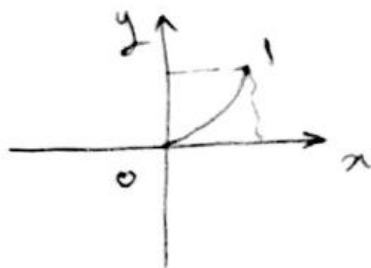
$$x \mapsto y = \sin x.$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \quad \text{و} \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$(|\sin x| \leq 1) \quad \text{أي:}$$

$$g: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

$$x \mapsto y = g(x) = x^2$$



$$\text{فكذلك، الدالة: } g(x) = x^2$$

$$D(g) = [0, 1] \quad \text{حيث:}$$

$$R(g) = [0, 1]$$



بينما الدالة $f(x) = x^x$ المعرفة على \mathbb{R} ليست محدودة.

لأن مجموعة قيمها العقلية ليست محدودة.

$$D(R) =]0, \infty[\rightarrow 0 < x < \infty$$

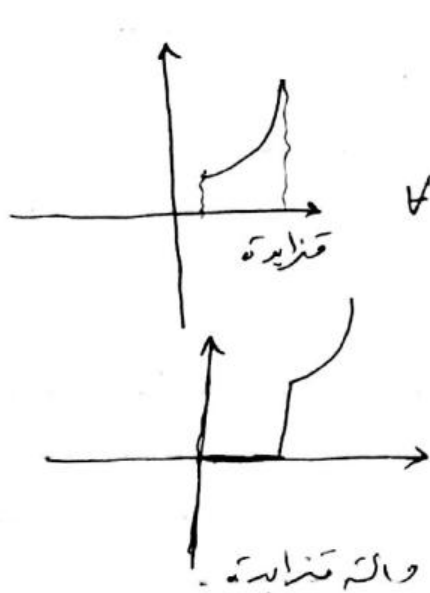
وهذه الدالة محدودة من الأسفل بالعدد 0، وليست محدودة من الأعلى على حقيقت:
ولا تقبل.

الأولى 4

$$\inf_{x \in \mathbb{R}} e^x = 0 \notin]0, \infty[$$

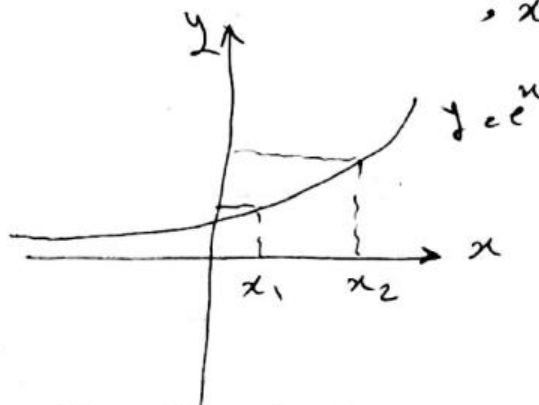
$$\sup_{x \in \mathbb{R}} e^x = \infty \rightarrow \text{ليس عدد } \in \mathbb{R}$$

الدالة المتزايدة (المتزايدة تماماً):
 تكون الدالة $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ حيث I فترة (مجموعة) وتقالع هذه
 الدالة أنها متزايدة (متزايدة تماماً) على I إذا تحققت:
 $\forall x_1, x_2 \in I$ و $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
 { $f(x_1) < f(x_2)$ } إذا تامة

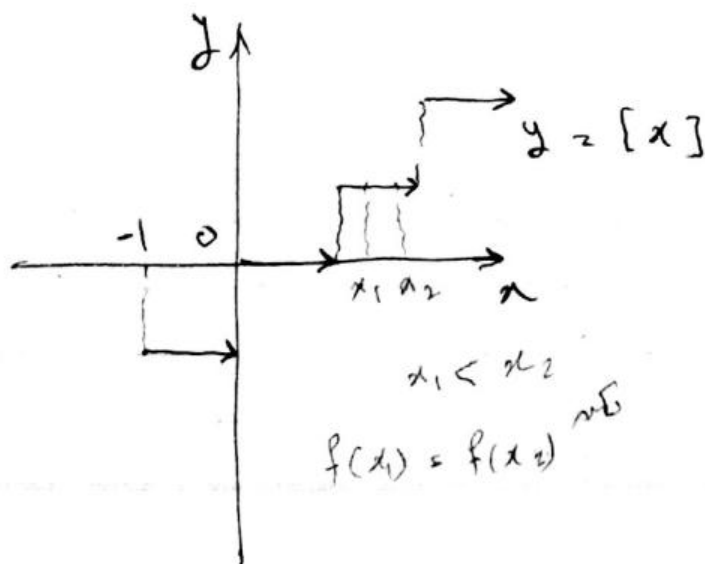


مثال: $y = e^x$ متزايدة تماماً على $D(f) \subset \mathbb{R}$

$$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}; x_1 < x_2 \Rightarrow e^{x_1} < e^{x_2} \text{ و } x \in \mathbb{R}$$



أما الدالة $f(x) = [x]$ التي تسمى الدالة الأرضية متزايدة على \mathbb{R} .
 (الليست أكبر عدد صحيح).



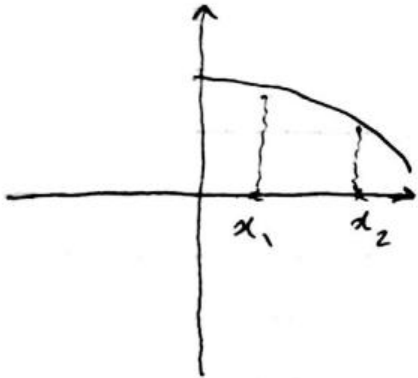
صفة على \mathbb{R} و \mathbb{Z}
 يتبعها النسبية \mathbb{Z}
 نضعها $[x]$ مثلاً
 $[\frac{1}{2}] = 0, [\pi] = 3$
 $[-1] = -1, [0] = 0$

$$x_1 < x_2 \text{ لكن } f(x_1) = f(x_2)$$

الدالة المتناقصه (متناقصه تماماً):
نقول أنه الدالة متناقصه (متناقصه تماماً) على I إذا عتقد:

$$\forall x_1, x_2 \in I \text{ و } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2) \quad (2)$$

$$\{ f(x_1) > f(x_2) \}$$

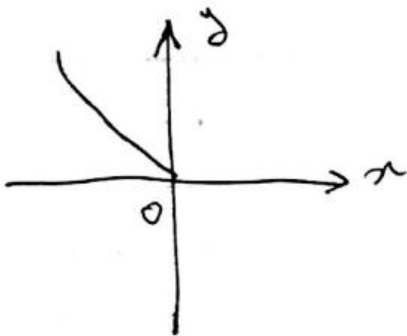


نلاحظ من الرسم:

$$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

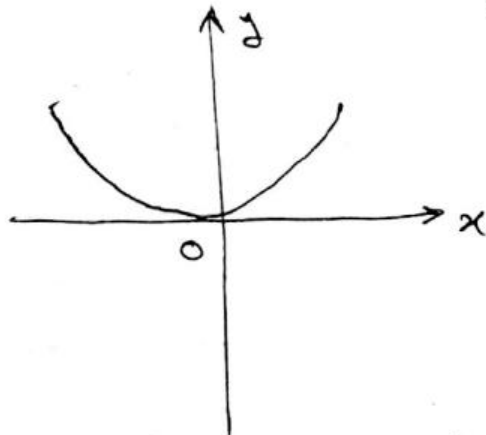
مثال:

الدالة $f(x) = x^2$ المتناقصه تماماً على الفترة $]-\infty, 0]$
وهي متزايده تماماً على الفترة $[0, +\infty[$.
نجد أنه دالة من النوع، بسيطة، زوجية على I
دالة مطروقة.



مثال:

الدالة $f(x) = x^2$ (ذاتية، بسيطة) ليست
مطروقة على \mathbb{R} لأنه خطها البياني:



رسم الدوال الثلاثة \sin ، \cos على \mathbb{R} ليست مطروقة إلا
على فترات مثل $[0, \frac{\pi}{2}]$ متزايدة.